



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ  
(МИИГАиК)

Факультет геоинформатики и информационной безопасности  
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1  
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович  
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор  
А. Л. Степанченко  
16 февраля 2024 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК  
«Б1.О.07.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность(профиль) подготовки: Информационные системы и технологии

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2024

Срок получения образования: 4 года

Объем:  
в зачетных единицах: 6 з.е.  
в академических часах: 216 ак.ч.

Москва, 2024

**Разработчики:**

Доцент кафедры Высшей математики, кандидат  
физико-математических наук Волковая Т. А.

Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Маркарян Е. Г.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) составлен в соответствии с требованиями  
ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии,  
утвержденного приказом Минобрнауки от 19.09.2017 № 926

**Согласование и утверждение**

| № | Подразделение                                                   | Ответственное<br>лицо                        | ФИО             | Виза        | Дата, протокол<br>(при наличии) |
|---|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------|-------------|---------------------------------|
| 1 | факультет<br>Геоинформатики и<br>информационной<br>безопасности | Председатель<br>ученого совета<br>факультета | Матерухин А. В. | Рассмотрено | 14.12.2023, №<br>7-23           |

## 1. Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1 Способен применять естественно-научные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач

*Знать:*

ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

*Уметь:*

ОПК-1.1/Ум8 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

*Владеть:*

ОПК-1.1/Нв8 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделять рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования

*Знать:*

ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками

*Уметь:*

ОПК-1.2/Ум6 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

*Владеть:*

ОПК-1.2/Нв6 Основным математическим аппаратом для решения профессиональных задач

ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности

*Знать:*

ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач

*Уметь:*

ОПК-1.3/Ум8 Выявлять перечень необходимых требований для решения профессиональных задач

*Владеть:*

ОПК-1.3/Нв7 Навыками поиска оптимального решения профессиональных задач

ОПК-8 Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем

ОПК-8.1 Понимает методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем с использованием математических моделей

*Знать:*

ОПК-8.1/Зн1 методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем с использованием математических моделей

*Уметь:*

ОПК-8.1/Ум1 анализировать задачи проектирования и выбирать подходящие математические модели для их решения

*Владеть:*

ОПК-8.1/Нв1 навыками применения математических моделей и методов в процессе проектирования сложных информационных и автоматизированных систем

ОПК-8.2 Формирует решения задач с использованием математических моделей

*Знать:*

ОПК-8.2/Зн3 Классы математических моделей и границы их применимости

*Уметь:*

ОПК-8.2/Ум2 Формализовать профессиональную задачу в виде математической модели и выбирать метод ее решения

*Владеть:*

ОПК-8.2/Нв2 Инструментами имитационного моделирования для анализа поведения сложных систем и принятия решений

ОПК-8.3 Использует современные информационные, компьютерные и сетевые технологий для проектирования информационных и автоматизированных систем с помощью методов математического моделирования

*Знать:*

ОПК-8.3/Зн1 методологии и средства проектирования информационных и автоматизированных систем с помощью методов математического моделирования

*Уметь:*

ОПК-8.3/Ум1 применять методологии и средства проектирования информационных и автоматизированных систем с помощью методов математического моделирования

*Владеть:*

ОПК-8.3/Нв1 навыками использования методов и средств проектирования информационных и автоматизированных систем с помощью методов математического моделирования

## **2. Показатели и критерии оценивания компетенций**

| Планируемые результаты освоения программы | Уровень овладения | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ по уровням освоения) |
|-------------------------------------------|-------------------|---------------------------------------------------------------------------|
|-------------------------------------------|-------------------|---------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ОПК-1 Способен применять естественно-научные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p> | <p>Повышенный</p> | <p>ИДК ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>Уметь:<br/>ОПК-1.1/Ум8 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса</p> <p>Владеть:<br/>ОПК-1.1/Нв8 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделять рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи</p> <p>ИДК ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p> <p>Уметь:<br/>ОПК-1.2/Ум6 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы</p> <p>Владеть:<br/>ОПК-1.2/Нв6 Основным математическим аппаратом для решения профессиональных задач</p> <p>ИДК ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> <p>Уметь:<br/>ОПК-1.3/Ум8 Выявлять перечень необходимых требований для решения профессиональных задач</p> <p>Владеть:<br/>ОПК-1.3/Нв7 Навыками поиска оптимального решения профессиональных задач</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Базовый   | <p>ИДК ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>Уметь:<br/>ОПК-1.1/Ум8 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса</p> <p>ИДК ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p> <p>Уметь:<br/>ОПК-1.2/Ум6 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы</p> <p>ИДК ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> <p>Уметь:<br/>ОПК-1.3/Ум8 Выявлять перечень необходимых требований для решения профессиональных задач</p> |
| Пороговый | <p>ИДК ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>ИДК ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                               |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>ИДК ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>Знать:<br/>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 3. Шкала оценивания

| Оценка  | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Отлично | <p>ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>ОПК-1.1/Ум8 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса</p> <p>ОПК-1.1/Нв8 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи</p> <p>ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p> <p>ОПК-1.2/Ум6 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы</p> <p>ОПК-1.2/Нв6 Основным математическим аппаратом для решения профессиональных задач</p> <p>ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> <p>ОПК-1.3/Ум8 Выявлять перечень необходимых требований для решения профессиональных задач</p> <p>ОПК-1.3/Нв7 Навыками поиска оптимального решения профессиональных задач</p> |
| Хорошо  | <p>ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>ОПК-1.1/Ум8 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса</p> <p>ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p> <p>ОПК-1.2/Ум6 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                     | <p>ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> <p>ОПК-1.3/Ум8 Выявлять перечень необходимых требований для решения профессиональных задач</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Удовлетворительно   | <p>ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p> <p>ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> |
| Неудовлетворительно | Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Оценка              | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Зачтено             | <p>ОПК-1.1 Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования для решения задач</p> <p>ОПК-1.1/Зн10 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи</p> <p>ОПК-1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ОПК-1.2/Зн7 О связи специальности с фундаментальными науками</p> <p>ОПК-1.3 Выполняет теоретическое и экспериментальное исследования объектов профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3/Зн7 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач</p> |
| Не зачтено          | Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

#### 4. Контрольные мероприятия по дисциплине

|                          |                                   |
|--------------------------|-----------------------------------|
| Вид контроля             | Форма контроля/Оценочное средство |
| Текущий контроль         | Решение задач                     |
| Промежуточная аттестация | Зачет<br>Экзамен                  |

| № п/п | Наименование раздела             | Контролируемые ИДК                                             | Вид контроля/ используемые оценочные материалы |                      |
|-------|----------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------|
|       |                                  |                                                                | Текущий                                        | Промежут. аттестация |
| 1     | Введение в математический анализ | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-8.1<br>ОПК-8.2<br>ОПК-8.3 | Решение задач                                  | Зачет<br>Экзамен     |

|   |                                                                     |                                                                |               |                  |
|---|---------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|---------------|------------------|
| 2 | Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-8.1<br>ОПК-8.2<br>ОПК-8.3 | Решение задач | Зачет<br>Экзамен |
| 3 | Интегральное исчисление функции одной переменной                    | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-8.1<br>ОПК-8.2<br>ОПК-8.3 | Решение задач | Зачет<br>Экзамен |
| 4 | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных           | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-8.1<br>ОПК-8.2<br>ОПК-8.3 | Решение задач | Зачет<br>Экзамен |
| 5 | Кратные интегралы                                                   | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-8.1<br>ОПК-8.2<br>ОПК-8.3 | Решение задач | Зачет<br>Экзамен |
| 6 | Ряды                                                                | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-8.1<br>ОПК-8.2<br>ОПК-8.3 | Решение задач | Зачет<br>Экзамен |

### 5. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

*Промежуточная аттестация: Зачет, 1 семестр.*

*Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.*

## 6. Оценочные материалы текущего контроля

### Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ОПК-8.3

#### Тема 1.2. Функции одной переменной

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y = |x+15| - |x-15|$$

3. Постройте графики функций

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}.$$

4. Определите, является ли данная функция периодической, и найдите ее наименьший положительный период, если он существует

$$y = 7\sin 3x + \cos 3x$$

#### Тема 1.3. Пределы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}.$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n-2}};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2 + 4n^2}{5 + 8n^2} \right)^{\frac{n+1}{2}}; \quad \text{г) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}; \quad \text{е) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{2n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}};$$

#### Тема 1.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2} + 1\right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x};$$

$$\text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}};$$

$$\text{п) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+3) - \ln x).$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x); \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x};$$

$$\text{ё) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x};$$

$$\text{и) } \lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}.$$

### Тема 1.5. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва:

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases}$$

$$\text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{x-x}}.$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} \frac{1}{2 - 5^{\frac{1}{x}}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1^{\pm}} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1^{\pm}} \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2^{\pm}} f(x), \text{ если } f(x) = \begin{cases} |x - 1| - 1, & \text{при } x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 2x}{x - 2}, & \text{при } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} f(x), \text{ если } f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{при } x < 0, \\ \sin x, & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

## Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ОПК-8.3

### Тема 2.1. Производная и дифференциал

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left( \frac{x-5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

### Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

### Вопросы/Задания:

1. Составьте уравнения касательной и нормали к графику заданных функций в точке, если

а)  $y = \ln(\sin x + 2 \cos x)$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ;

б)  $x^3 + 3xy^2 - \ln y = x + 3$ ,  $x_0 = 1, y_0 = 1$ ; в)  $x = 2t + t^2$ ,  $y = 3t + t^3$ ,  
 $t_0 = 1$ .

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x$ ; ё)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x}$ ;

ж)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow 3} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}$ .

### Тема 2.4. Формула Тейлора

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

#### Вопросы/Задания:

1. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0.$$

2. Разложите функцию по формуле Тейлора, если

$$y = 6 \sin x + x^2, \text{ если } x_0 = \frac{\pi}{6}.$$

### Тема 2.5. Исследование функций при помощи производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

#### Вопросы/Задания:

1. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

### Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ОПК-8.3

#### Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

#### Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$1. \int \left( 2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} \right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left( 5^x - \frac{1}{x^3} \right) dx;$$
$$\int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx.$$

2.  $\int x\sqrt[3]{6x^2+1}dx$ ;  $\int xe^{-2x^2}dx$ ;  $\int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x}dx$ ;  $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$ .
3.  $\int \frac{dx}{x^2-6x}$ ;  $\int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}$ ;  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}$ ;  $\int \frac{xdx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}$ .
4.  $\int \frac{e^{\frac{x}{2}}dx}{\sqrt{16-e^x}}$ ;  $\int \frac{dx}{e^{2x}+1}$ ;  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}$ ;  $\int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}$ .
5.  $\int (3x-x^2)\cos 2x dx$ ;  $\int x^2 \ln^2(x+1)dx$ ;  $\int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}$ ;  $\int (e^{2x}+4)\sin 3x dx$ ;  
 $\int \arcsin(3x+1)dx$ .

### Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения определенного интеграла, вычислите

$$\int_{-1}^2 x^2 dx.$$

### Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие интегралы:

$$\begin{aligned} \text{а)} & \int_1^5 \cos 5x dx; \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx; \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}; \\ \text{б)} & \int_{-3}^1 (4-x)\cos \frac{x}{3} dx; \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \int_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx; \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \\ \text{в)} & \int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx; \int_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx; \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}; \\ \text{г)} & \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}; \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}; \int_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}; \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}; \\ \text{д)} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx; \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx; \\ \text{е)} & \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}; \int_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx; \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}; \int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}. \end{aligned}$$

### Тема 3.8. Несобственные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

$$\text{а)} \int_{\alpha}^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx; \text{ б)} \int_{\alpha}^1 \frac{2e^{\frac{1-2}{\pi} \arcsin x}}{\pi \sqrt{1-x^2}} dx.$$



#### Тема 4.6. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Найдите угол между градиентами функции  $z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$  в

точках  $M_1 = (1, 1)$  и  $M_2 = (3, 4)$ , а также производную функции  $z$  в

точке  $M_1$  по направлению к точке  $M_2$ .

### Раздел 5. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ОПК-8.3

#### Тема 5.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

#### Тема 5.2. Тройной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V (y^2 + x^3 - z) dx dy dz, \text{ где } V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 1.$$

#### Тема 5.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите массу тела  $V$ , ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{49}z^2, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{7}z, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

где  $\mu = 10xz$  – плотность тела.

2. Вычислите массу тела  $V$ , ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 16, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

где  $\mu = \frac{3y+x}{x^2+y^2}$  – поверхностная плотность.

### Раздел 6. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ОПК-8.3

#### Тема 6.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

$$\begin{aligned} & \text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left( e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \\ & \text{д) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left( \frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left( \frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \\ & \text{ж) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}. \end{aligned}$$

### Тема 6.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2 (x^2 - 2x + 6)^n}.$$

### Тема 6.3. Тригонометрические ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Фурье функцию

$$f(x) = x^2 \text{ на отрезке } [-\pi, \pi].$$

2. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

## 7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Зачет

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-8.1 ОПК-1.2 ОПК-8.2 ОПК-1.3 ОПК-8.3

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

2. Сформулировать определения или свойства

Числовые последовательности и их характеристики. Теорема Вейерштрасса (без доказательства)

3. Сформулировать определения или свойства

Производная; её геометрический и физический смысл.

4. Сформулировать определения или свойства

Прием логарифмического дифференцирования.

5. Сформулировать определения или свойства

Замена переменной в определённом интеграле

6. Сформулировать определения или свойства

Интегрирование по частям в определённом интеграле

7. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Предел числовой последовательности

Предельный переход в неравенствах

8. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

9. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Непрерывность функции в точке и на промежутке

10. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Точки разрыва функции и их классификация

11. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Экстремум. Необходимые условия существования экстремума

12. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формула Ньютона-Лейбница

13. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$$

14. Найти значение производной функции

$$y = (2x^2 + 2x - 3)/(x^3 - 4x + 2) \text{ в точке } x_0 = 1.$$

15. Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$$

16. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx.$$

17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$$y = 3 - x^2 \text{ и прямой } y = x - 3$$

18. Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой

$$y = x + 1, \quad 0 \leq x \leq 2$$

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-8.1 ОПК-1.2 ОПК-8.2 ОПК-1.3 ОПК-8.3

Вопросы/Задания:

13. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

14. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

15. Сформулировать определения или свойства

Формула Тейлора

16. Сформулировать определения или свойства

Определение двойного интеграла

Определение тройного интеграла

17. Сформулировать определения или свойства

Определение криволинейного интеграла первого рода

Определение криволинейного интеграла второго рода

18. Сформулировать определения или свойства

Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент

37. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы вычисления дифференциала первого порядка и его геометрический смысл

Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала

38. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных сложных функций

Формулы частных производных функций, заданных неявно

39. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных

Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных

40. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты

41. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формула Грина (теорема с доказательством)

Формула Гаусса-Остроградского

Формула Стокса

42. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вычисление криволинейного интеграла первого и второго рода

61. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy \text{ в точке } (3, 4, -7).$$

62. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$$

63. Определить наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 + y^2 - x \cdot y + x + y \text{ в области } x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3.$$

64. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint_{(D)} (x + y) dx dy, \quad 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2.$$

65. Решить задачу

Вычислите  $\ln 10$  с точностью  $\alpha = 0,0001$ ,  
воспользовавшись разложением в степенной ряд  
соответствующим образом подобранной функции

66. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля

$$F(P) = (y^2 + z^2) \vec{i} + (z^2 + x^2) \vec{j} + (x^2 + y^2) \vec{k}.$$